

SISTEMA SOLAR

Actividad Guiada:
Las lunas de Júpiter



Máster en Astronomía y Astrofísica
Profesor VIU: Pascual D. Diago Nebot
e-mail: pascualdavid.diago@campusviu.es

Índice

1. Objetivo	1
2. Antecedentes históricos	1
3. Introducción	3
4. El programa ALADIN: movimiento de las lunas	6
5. Cálculo de la posición de una de las lunas	7
6. Cálculo de la velocidad angular de una luna	14
7. Cálculo del radio de la órbita de una luna	15
8. Cálculo de la masa de Júpiter	16
9. Error en la determinación de la masa de Júpiter	16
Bibliografía	17

1. Objetivo

- Saber interpretar el movimiento de las lunas de Júpiter como una proyección lineal de un movimiento circular.
- Saber determinar las órbitas y radios de un satélite a partir de observaciones.
- Descubrir la relación entre el radio de una órbita y el periodo para un sistema unido gravitacionalmente.
- Saber utilizar el programa ALADIN para la animación de imágenes tomadas con CCD.
- Aplicar las leyes del movimiento de Kepler correctamente en un ejemplo concreto y poder determinar la masa de Júpiter.

2. Antecedentes históricos

La gran mayoría de las variables físicas con las que los astrónomos trabajan, como por ejemplo las masas y las distancias a los planetas y satélites, no pueden ser medidas directamente. Sin embargo, estas magnitudes pueden ser convenientemente determinadas por métodos indirectos, a partir de los movimientos particulares que cada astro va describiendo en el firmamento.

Anteriormente a Galileo, en 1543, Nicolás Copérnico propuso la teoría de que los planetas orbitan alrededor del Sol en órbitas circulares. Tiempo después, Tycho Brahe (1546-1601) durante veinte años llevó mediciones precisas de las posiciones en el cielo de los planetas y de 777 estrellas, con la única ayuda de sextante y brújula. Estas mediciones fueron luego aprovechadas por Johannes Kepler, a la sazón estudiante de Brahe, para deducir tres relaciones matemáticas que gobiernan el movimiento orbital de un cuerpo alrededor de otro. La Tercera Ley de Kepler para un planeta del Sistema Solar nos dice que:

$$\frac{a^3}{P^2} = 1 \tag{1}$$

donde a es el semieje mayor de la órbita del planeta expresado unidades astronómicas (U.A.) y P el periodo orbital expresado en años sidéreos terrestres. En estas unidades, $GM_{\odot} = 4\pi^2 \text{ UA}^3 / \text{años}^2$.

Es fácil deducir, a partir de la ecuación 1, que para una luna orbitando alrededor de un planeta mucho más masivo que la propia luna se obtiene:

$$\frac{a^3}{P^2} = M \quad (2)$$

donde:

- M es la masa del planeta, expresado en unidades de la masa del Sol (M_{\odot}).
- a es la longitud del semieje mayor de la órbita elíptica expresado unidades astronómicas (U.A.). Si la órbita es circular (tal y como asumimos en esta actividad), entonces el semieje mayor es igual al radio de la órbita, lo que también se denomina amplitud.
- P es el período orbital, esto es, el tiempo que le lleva a la luna dar un giro completo alrededor del cuerpo central, expresado en unidades de años sidéreos terrestres.

A partir de 1609, año en que se inventó el telescopio, fue posible observar objetos celestes que hasta ese momento resultaban invisibles a simple vista. Así fue como Galileo pudo inmediatamente descubrir que Júpiter tenía cuatro lunas orbitando a su alrededor – hecho totalmente inesperado y extraordinario, dado que parecía como si se tratase de una versión en miniatura del propio Sistema Solar, pero claramente orbitando alrededor de Júpiter. Esto representaba evidencia objetiva de que había astros que realmente no orbitaban alrededor de la Tierra, y por tanto el modelo de Copérnico era físicamente posible. Entendiendo correctamente que el estudio de este Sistema Joviano permitiría comprender mejor la dinámica del Sistema Solar en su conjunto, Galileo se dedicó a observarlo en detalle hasta que finalmente la Iglesia Católica (a través de la Inquisición) lo obligó a abandonar sus observaciones y retractarse de sus conclusiones.

A partir de 1609, año en que se inventó el telescopio, fue posible observar objetos celestes que hasta ese momento resultaban invisibles a simple vista. Galileo Galilei (1564-1642) fue el primer astrónomo en usar el telescopio para observar objetos celestes, así, él fue el primero en ver las montañas lunares y las manchas solares, y también el primero en ver los anillos de Saturno (aunque su telescopio no fue capaz de mostrarle los anillos en detalle). Galileo también descubrió el hecho de que el planeta Venus, muestra diferentes “fases”, de un modo muy similar a la Luna, lo cual le llevó a la conclusión de que Venus tenía que orbitar alrededor del Sol, al igual que la Luna orbita alrededor de la Tierra.

Quizás el descubrimiento más famoso de Galileo llegó cuando apuntó su telescopio hacia el planeta Júpiter. A parte de ver el disco del planeta, también vio a cuatro puntos de luz que lo acompañaban, podemos ver un boceto en la Fig. 1. En el transcurso de unas cuantas noches, estos puntos iban cambiando de posición con respecto a Júpiter, por lo que, Galileo, supuso que eran lunas en órbita alrededor del planeta Júpiter. Esto representaba evidencia objetiva de que había astros que realmente no orbitaban alrededor de la Tierra, y por tanto el modelo de Copérnico era físicamente posible.

Los descubrimientos de Galileo fueron muy controvertidos, ya que indicaba que la Tierra no era el centro del Universo: Venus orbitaba alrededor del Sol y pequeñas lunas lo hacían alrededor de Júpiter. Por lo tanto, Galileo argumentó que era más natural creer que la propia Tierra orbitaba alrededor del Sol. Este nuevo punto de vista entró en conflicto con las enseñanzas de la Iglesia Católica, la cual obligó a Galileo a retractarse de sus opiniones y lo puso bajo arresto domiciliario de por vida. Sólo en 1992 la Iglesia admitió que la condena de Galileo fue un error.

3. Introducción

Observaremos las cuatro lunas de Júpiter que Galileo vio a través de su telescopio, las que justamente ahora se conocen con el nombre de lunas “galileanas”. En orden creciente según su distancia a Júpiter, dichas lunas fueron

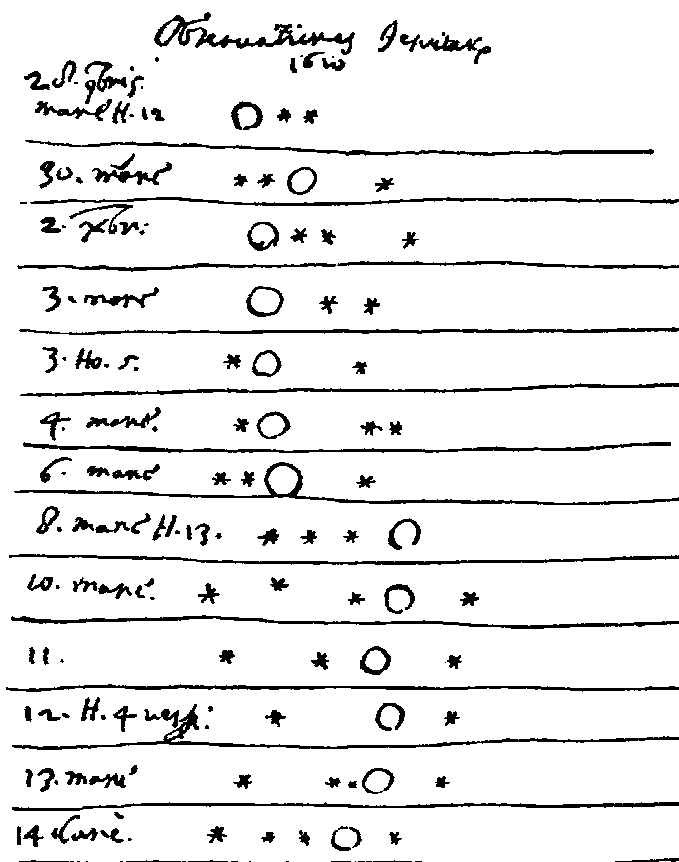


Figura 1: Boceto realizado por Galileo de las posiciones cambiantes de las lunas de Júpiter a lo largo de distintas noches.

bautizadas por el propio Galileo como Io, Europa, Ganímedes y Calisto. Para recordar su orden de manera fácil puedes memorizar la frase mnemotécnica “Inés Estudia Guitarra Clásica” o “I Eat Green Carrots”. Si apuntásemos un pequeño telescopio hacia Júpiter, lo que veríamos sería algo parecido a lo que se muestra en la Fig. 2.

Las cuatro lunas parecen alinearse debido a que las estamos observando desde una posición en la que su plano orbital prácticamente coincide con nuestra propia ubicación. Si las observamos durante varias noches des-
pejadas consecutivas, tal como hizo Galileo, veremos que las lunas se des-
plazan con relación a Júpiter hacia un lado y otro, más o menos en línea
recta. A pesar de que las lunas se mueven en realidad en órbitas casi cir-
culares alrededor de Júpiter, desde nuestra posición solo podemos ver el

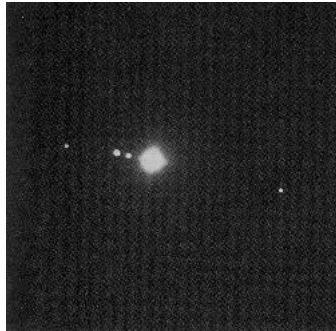


Figura 2: Imágen de los satélites galileanos tal y como se ven a través de un pequeño telescopio.

desplazamiento perpendicular (en el plano del cielo) con respecto a la dirección Tierra-Júpiter. Podemos ver una imagen real en la dirección web: <http://www.youtube.com/v/SsWMAAF0kmU>. Si pudiésemos ver las lunas de Júpiter desde una posición perpendicular a su plano orbital (ver Fig. 3), efectivamente las veríamos moverse describiendo círculos.

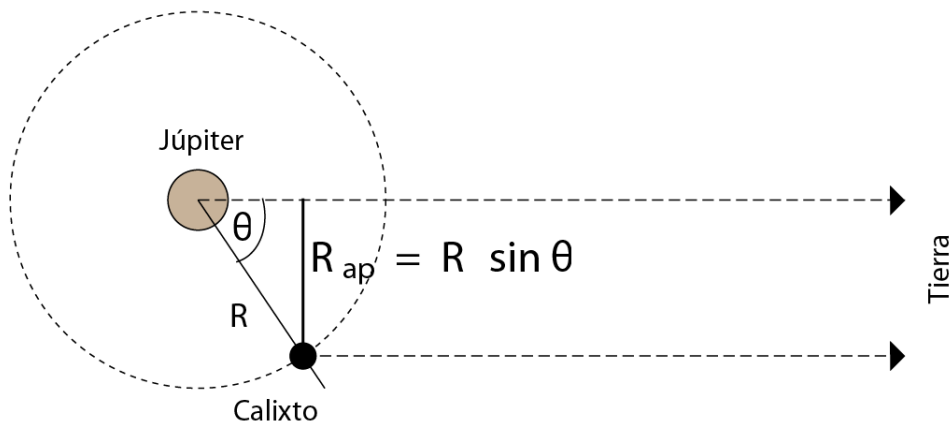


Figura 3: Vista del sistema Calixto-Júpiter desde una posición perpendicular al plano orbital. R_{ap} representa la separación aparente entre la luna y Júpiter tal como se ve desde la Tierra.

Como podemos ver en la Fig. 4, si dibujamos la variación en el tiempo de la distancia aparente entre una luna y Júpiter (esto es, la distancia perpendicular observada desde la Tierra) deberíamos obtener una curva tipo sinusoidal. Si tomamos suficiente cantidad de medidas de la posición de una

luna, podemos entonces ajustar una curva sinusoidal a los datos obtenidos y de esa forma determinar el radio de la órbita (a partir de la amplitud de la curva sinusoidal) y el período orbital (a partir del período de la curva sinusoidal). Una vez conocidos el radio y periodo orbital para una luna, y convertidos a las unidades apropiadas, usando la Tercera ley de Kepler podremos determinar la masa de Júpiter. Como habrá inevitables errores de medición asociados a cada luna, convendrá que determinemos la masa de Júpiter promediando dicho valor a partir de los resultados obtenidos independientemente para cada una de las cuatro lunas galileanas.

4. El programa ALADIN: movimiento de las lunas

En esta parte de la práctica vamos a utilizar el programa de visualización de imágenes astronómicas ALADIN (<http://aladin.u-strasbg.fr/>). Nuestro objetivo es visualizar el movimiento de las lunas de Júpiter a través de imágenes obtenidas con una cámara CCD acoplada a nuestro telescopio. Este es el procedimiento a seguir:

1. Arrancar el programa ALADIN, ya sea la versión instalada en nuestro ordenador o el applet proporcionado en su página web.
2. Una vez descargadas las imágenes FITS necesarias, las abrimos tecleando: File >Open. Seleccionamos File en la parte superior de la ventana (Fig. 5) y cargamos las distintas imágenes que tenemos. Una vez finalizada la carga, cerramos la ventana.
3. Vamos a ajustar y visualizar correctamente la imagen. Para ello, seleccionamos la primera imagen en el visor de ALADIN. Seleccionamos un zoom que nos permita ver la totalidad de la imagen ($1\times$ será suficiente). Pinchamos en el botón “Pixel” del applet de ALADIN y obtendremos la ventana que se muestra en la Fig. 6. Seleccionamos “Color Map: Reverse” y “Contrast: Log”. Podemos ajustar el contraste utilizando los botones triangulares del cuadro superior. Hacemos esto con todas las imágenes de Júpiter.

4. Una vez preparadas todas las imágenes, vamos a crear una animación (“Blink”) para ver el movimiento de las cuatro lunas principales de Júpiter. Para ello pinchamos en el botón “Assoc” y seleccionamos ordenadamente las imágenes para cada posición del 1 al 10. Un delay de 400 ms es correcto. Obtendremos una nueva capa en el visor que corresponderá con la animación que hemos creado.

TAREA PARA EL PORTAFOLIOS: Visualiza en la animación las órbitas de cada una de las lunas. Identifica en la animación qué luna parece moverse más rápido y cuál más despacio. ¿Depende de la porción de órbita que estés examinando? Explica muy brevemente tu razonamiento.

5. Cálculo de la posición de una de las lunas

Lo primero que debemos hacer es identificar cuales son las lunas que observamos en nuestras imágenes. Para ello, deberemos extraer la información sobre el momento en que se obtuvieron las fotografías. La mayoría de imágenes astronómicas se toman en formato FITS, las cuales guardan la información adicional en el llamado *header*. Para visualizar esta información en ALADIN deberemos seleccionar una imagen y pinchar en el botón “Prop”. Una vez se abra la ventana correspondiente deberemos seleccionar “Get original header”. En la ventana que se abrirá tendremos la información correspondiente a la fecha y hora en que se tomó la imagen. En nuestro caso, podemos ver que las imágenes se tomaron el día 22 de enero de 2002, empezando a las 00^h de la madrugada en intervalos de una hora. Anota la información en la Tabla 1. (Consideraremos que el intervalo de tiempo es constante de una hora).

Para poder identificar las lunas de nuestras imágenes utilizaremos la herramienta on-line JUPITER MOON TRACKER v2.2 del Planetary Rings Node, accesible en http://pds-rings.seti.org/tools/tracker2_jup.html. Introduciremos los datos correspondientes a nuestras observaciones y obtendremos un gráfico con las posiciones de las lunas para nuestras fechas.

TAREA PARA EL PORTAFOLIOS: Obtén el gráfico correspondiente a las fechas de observación e identifica la luna de la cual vamos a calcular sus coordenadas (ver Fig. 7). Para ello haz uso de la animación que hemos creado con ALADIN y del dibujo obtenido con la herramienta web.

Vamos a calcular la posición de Júpiter y de una de las lunas, la luna elegida es la que se muestra en la Fig. 7, ya que en la animación parece que llega a su punto de máxima distancia a Júpiter (“máxima elongación”), lo que nos permitirá calcular su órbita. A esta luna la llamaremos temporalmente "Luna S".

Primeramente calcularemos la posición (x, y) del planeta Júpiter en las imágenes. Para ello activamos el magnificador pulsando el botón “mgls” en el panel de ALADIN. Esto hará que nos aparezca una imagen ampliada alrededor del puntero en la ventana de la parte inferior derecha. Necesitaremos también las coordenadas (X, Y) de la imagen, así que seleccionamos “Location: XY Image” en la parte superior de la ventana del programa ALADIN. Seleccionamos una imagen que nos muestre por completo las coordenadas de los píxeles (Esto es muy importante para obtener correctamente las posiciones).

El procedimiento para calcular la posición del centro de Júpiter es el siguiente:

- Calcula el ancho de Júpiter en píxeles: Toma una altura y_0 a la que está más o menos el centro del planeta. Determina las coordenadas (x_1, y_0) del extremo izquierdo y las coordenadas (x_2, y_0) del derecho a una altura en la que cruce más o menos el centro de Júpiter. La cantidad $x_2 - x_1$ es el diámetro (horizontal) de Júpiter en píxeles. Calcula el valor del radio (horizontal) de Júpiter, $x_r = \frac{x_2 - x_1}{2}$. La coordenada $x_J = x_1 + x_r$ es la coordenada x del centro de Júpiter.
- Calcula el alto de Júpiter en píxeles de la misma forma. Toma el valor $x_J = x_1 + x_r$ calculado previamente y obtén las coordenadas (x_J, y_1) de los puntos inferior y (x_J, y_2) del punto superior. El valor $y_2 - y_1$ es la altura del planeta en píxeles. Calcula el valor $y_r = \frac{y_2 - y_1}{2}$. La

coordenada $y_J = y_1 + y_r$ es la coordenada y del centro de Júpiter.

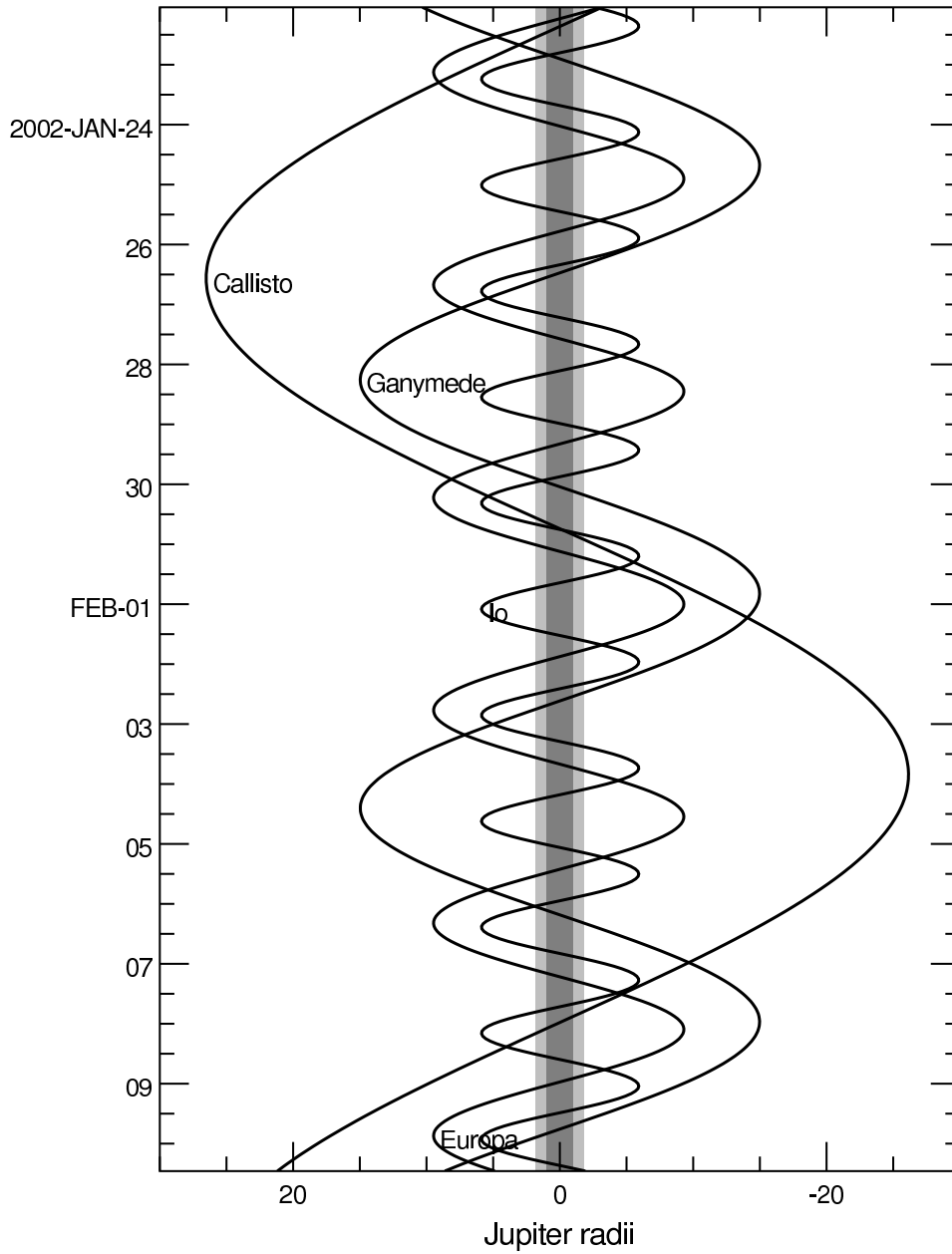
- Las coordenadas del planeta Júpiter en nuestra imagen serán (x_J, y_J) .
- Si lo crees necesario, puedes realizar esta medida en más de una imagen para obtener un resultado más fiable. No olvides comprobar los resultados en ALADIN.

Calcula ahora las posiciones de la luna S en cada una de las imágenes. Para ello obtén las coordenadas (x, y) centrando el puntero del ratón en la luna a observar. Si te resulta más cómodo, puedes realizar el cálculo en la animación, pasando uno a uno los fotogramas. No olvides revisar en el magnificador que estás apuntando en el centro de la luna. A veces puede suceder que aparezcan decimales en el valor del pixel, no los tengas en cuenta ya que se trata de un error sistemático. Anota los resultados en una tabla u hoja de cálculo parecida a la que se muestra en la Tabla 1, comprueba que estás visualizando el valor del pixel por completo. Para calcular la distancia de la luna S a Júpiter utilizaremos la fórmula siguiente:

$$D = \sqrt{(x_S - x_J)^2 + (y_S - y_J)^2} \quad (3)$$

TAREA PARA EL PORTAFOLIOS: Anota los cálculos en una tabla similar a la que mostramos en la Tabla 1. Calcula la posición de Júpiter en una de las imágenes y a continuación calcula la posición de la luna S en cada una de las imágenes en píxeles y anótalas en tu tabla.

Jupiter Moon Tracker Results



Ephemeris: JUP204 + JUP230 + DE421 [was Galileo #2]

Generated by the Jupiter Tracker Tool, PDS Rings Node, Fri May 7 07:31:52 2010

Figura 4: Posiciones de las lunas galileanas de Júpiter con el paso del tiempo.

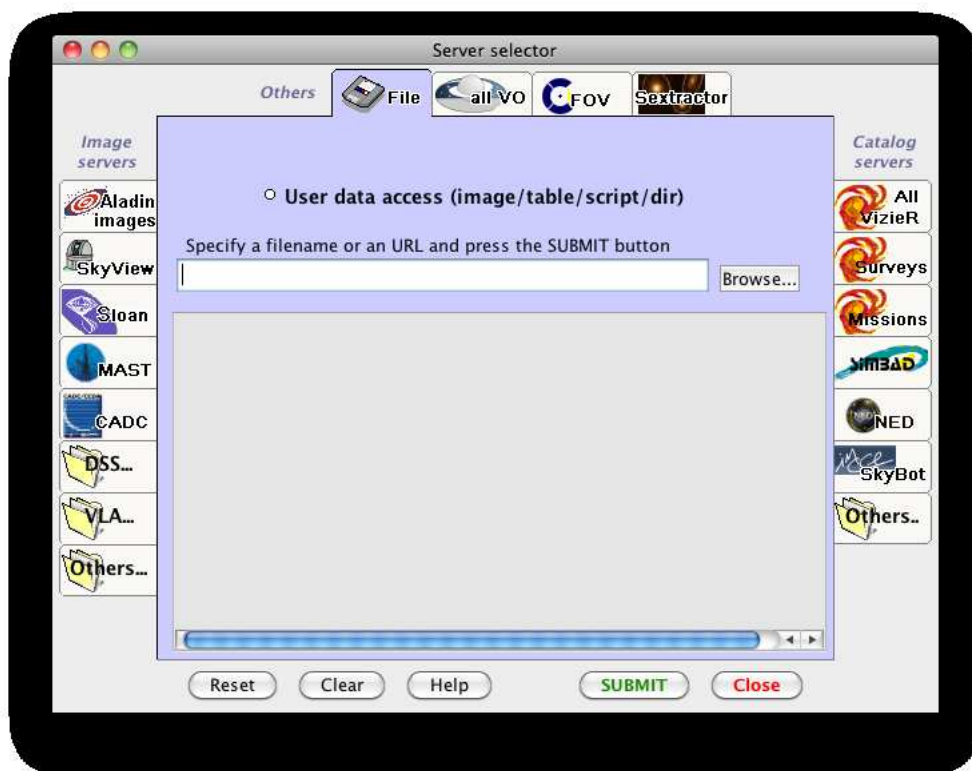


Figura 5: Ventana para cargar datos del software ALADIN.

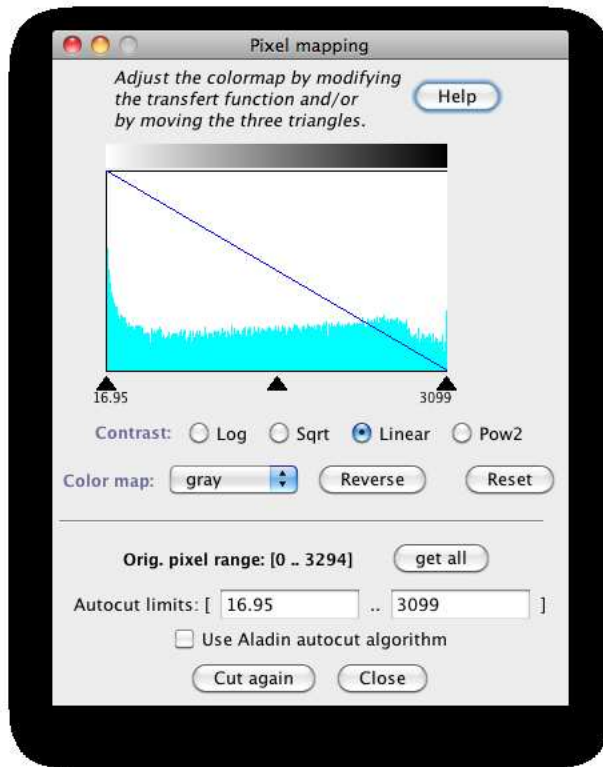


Figura 6: Ventana "Pixel Mapping" del software ALADIN.

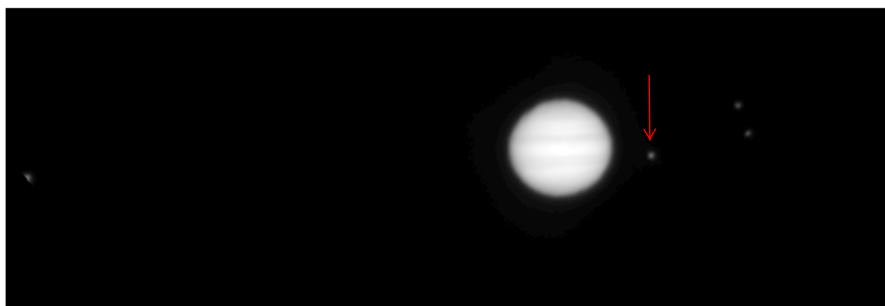


Figura 7: Luna sobre la que haremos los cálculos.

Cuadro 1: Hoja de cálculo para determinar la distancia a la luna S.

#	FITS	Hora	Coordenada x	Coordenada y	Distancia a Júpiter (D_i)	θ_i	$\Delta\theta$	ω_i
0	Júpiter	—	x_J	y_J	—	—	—	—
1	jup20020122_0000	00 ^h 00 ^m					—	—
2	jup20020122a_0102	01 ^h 00 ^m						
3	jup20020122b_0202	02 ^h 00 ^m						
4	jup20020122c_0303	03 ^h 00 ^m						
5	jup20020122d_0402	04 ^h 00 ^m						
6	jup20020122e_0501	05 ^h 00 ^m						
7	jup20020122f_0602	06 ^h 00 ^m						
8	jup20020122g_0703	07 ^h 00 ^m						
9	jup20020122h_0803	08 ^h 00 ^m						
10	jup20020122i_0902	09 ^h 00 ^m						

6. Cálculo de la velocidad angular de una luna

Siguiendo la ecuación presentada en la Fig. 3, tenemos que:

$$R_{ap} = R \sin \theta \quad (4)$$

donde, R es el radio de la órbita de la luna S, R_{ap} es la distancia a luna S-Júpiter vista desde la Tierra y θ es su separación angular. Aplicando esta fórmula a nuestras observaciones (ver Fig. 8) y suponiendo que en la imagen 10, la luna S nos muestra el radio de su órbita, i.e., $D_{10} = R$, tendremos que:

$$D_i = D_{10} \sin \theta_i \implies \theta_i = \arcsin \frac{D_i}{D_{10}} \quad (5)$$

Para calcular la velocidad angular, hemos de tener en cuenta que en el intervalo de tiempo Δt que transcurre entre las imágenes 1 y 2 (jup20020122_0000 y jup20020122a_0102), la luna S se movió $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ radianes. Por tanto, su velocidad angular en la imagen 2 es $\omega_2 = \Delta\theta/\Delta t$. Como estamos suponiendo que $\Delta t = 1^h$, entonces para cada imagen tendremos que $\omega_i = \theta_i - \theta_{i-1}$ en rad/hora.

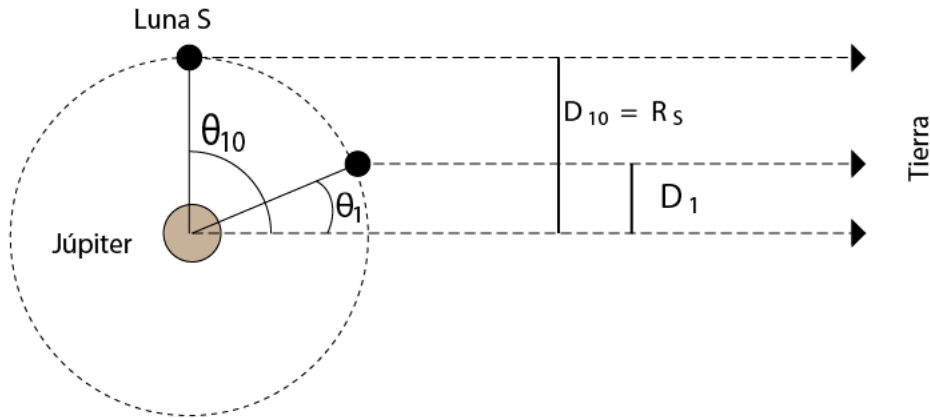


Figura 8: Vista del sistema luna S-Júpiter desde una posición perpendicular al plano orbital.

TAREA PARA EL PORTAFOLIOS: Calcula todas las velocidades

angulares. A continuación, calcula la velocidad angular media ($\bar{\omega}$) en rad/hora y conviértela a rad/día. Una vez hecho esto, calcula el periodo de la órbita usando la fórmula $T = 2\pi/\bar{\omega}$ (recuerda que $\bar{\omega}$ ha de estar expresado en rad/día). ¿Concuerdan tus resultados con los esperados?. Presenta los datos en una tabla similar a la Tabla 1.

7. Cálculo del radio de la órbita de una luna

Hemos considerado la posición de la luna S en la imagen 10 (la última imagen) como el punto de retorno, con este dato, tendríamos determinado el radio de la órbita si tenemos en cuenta el dibujo mostrado en la Fig. 8. Para obtener el radio de la órbita necesitaremos transformar la distancia de píxeles a kilómetros. La escala que se ha utilizado en las imágenes es de $0,62''$ de arco/píxel (podemos verlo en el header del FITS). Para ello, traduce los píxeles a segundos de arco y luego los segundos de arco a grados.

Sabiendo que la distancia Tierra-Júpiter es de $6,63 \times 10^8$ km, utilizando el dibujo de la Fig. 9 y la relación

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R}{D_{T-J}} \quad (6)$$

podrás obtener el radio de la órbita de la luna S.

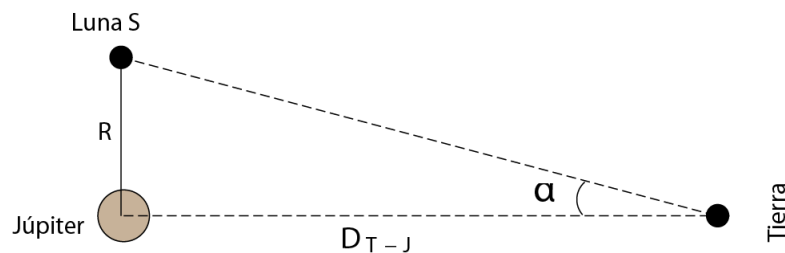


Figura 9: Triángulo de resolución del radio de la órbita de la luna S.

TAREA PARA EL PORTAFOLIOS: Calcula el radio de la órbita

de la luna S expresado en km.

8. Cálculo de la masa de Júpiter

Finalmente, vamos a calcular la masa del planeta Júpiter utilizando los datos obtenidos a partir de nuestras imágenes. Para ello, simplemente hemos de hacer uso de la fórmula 2 expresando las cantidades que en ella intervienen en la forma correcta. Recordemos que la Tercera Ley de Kepler para el planeta Júpiter puede expresarse como:

$$M_J = \frac{a^3}{P^2}$$

donde a es el radio de la órbita de una de sus lunas expresado en U.A. y P el periodo de rotación de una de sus lunas expresado en años sidéreos. Para obtener la masa de Júpiter (en M_\odot) recuerda que 1 año sidéreo equivale a 365,2564 días y que 1 U.A. equivale a $149,60 \times 10^9$ metros.

TAREA PARA EL PORTAFOLIOS: Calcula la masa de Júpiter en unidades de M_\odot .

9. Error en la determinación de la masa de Júpiter

Para terminar, haremos una estimación del error cometido en nuestros cálculos. Para ello deberás obtener los datos actualizados de la masa de Júpiter en masas solares y utilizar la fórmula siguiente:

$$\% \text{ Error} = \frac{\text{Valor correcto} - \text{Valor obtenido}}{\text{Valor correcto}} \times 100 \% \quad (7)$$

TAREA PARA EL PORTAFOLIOS: Calcula el error cometido en tu determinación de la masa de Júpiter.

Bibliografía

CLEA: 2010, *Manual: The revolution of the Moons of Jupiter*, Department of Physics, Gettysburg College

Galadí-Enríquez, D. and Gutiérrez, J.: 2001, *Astronomía General, Teoría y práctica*, Ediciones Omega

Karttunen, H., Kröger, P., Oja, H., Poutanen, M., and Donner, K.: 2007, *Fundamental Astronomy, Fifth Edition*, Springer-Verlag

Martínez, V., Miralles, J., Marco, E., and Galadí-Enríquez, D.: 2005, *Astronomía Fundamental*, Publicacions de la Universitat de València

Software, ALADIN, *está disponible en <http://aladin.u-strasbg.fr/>. Es software libre mantenido por el Centre de Données astronomiques de Strasbourg.*